

# MECCANICA D-K

L. PIETRONERO p. 1-23

- INTRODUZIONE
- RICHIAMI CALCOLO VETTORIALE

# Il Metodo Scientifico

I valori della scienza e della Ricerca in particolare:

- Visione razionale del mondo
  - Costruzione di una struttura intellettuale solida
  - una certa credibilità degli scienziati
  - applicazioni e tecnologia
- [ Memoria - concetti sedimentati  
una certa storia molto appassionante ]
- Tendenze irrazionali e anti scientifiche

Metodo scientifico: Galilei - 400 anni; Homo sapiens 200.000 anni

Aspetti filosofici: si assume l'esistenza di leggi generali della Natura e si cerca di capire quali sono -

Questione aperta:  $\exists$  leggi generali in altri campi (v.e. economia?) o in quelli in cui si riguarda il comportamento umano -

La Fisica è una scienza naturale e si basa sugli esperimenti

Per fare esperimenti significativi bisogna porsi delle domande limitate e precise da poter confrontare con esperimenti -

Popper: falsificabilità

Galilei: ma se Dio volesse ....

Forma di G. si facevano delle ipotesi del tutto generali su come era fatto il mondo e poi si cercava qualche analogia con la realtà -

Procedimenti: Teoria o ipotesi  $\rightarrow$  esperimento  $\rightarrow$  validazione

Lo studio di casi limitati puo' essere esteso e poi portare a teorie generali.

NB: Questa struttura fine dei limiti ben precisi e molti problemi interessanti e importanti spesso sono al di fuori -  
Quindi la F. non spiega tutto ma fornisce un esempio metodologico di come costruire delle interpretazioni solide della Natura.

Le teorie fisiche sono in continua evoluzione ed estensione

Spesso non percepito dall'opinione pubblica

Il programma scientifico è spesso turbolento - In questa fase il confronto teoria - esperimento può essere difficile e ambiguo - Solo alla fine la situazione - quando si apre - diventa chiara.

Però questa è la parte appassionante ed avventurosa

È difficile ripercorrere le scoperte scientifiche -

06/03/2017

Feedback teorico/esperimento

T. Kuhn: paradigmi e cambi di paradigma - evoluzione/gestuale e salti - identificazione dei punti critici e cambio di P. - transizione difficile

Esempio di situazione particolarmente scientifica economia - Teorie neoliberaliste e difficoltà della disoccupazione - elezioni critiche

Teoria scientifica  $\neq$  programma di comportamento  $\rightarrow$  [ oggetti fermi / o attivi ]

La presenza di una crisi può provocare una reazione che la elimina una volta si può concludere (?)

(Scienze esatte???)  
Fisica: costruzione intellettuale più solida e verificabile

\* Una visione scientifica anche parziale può essere molto empirica anche in altre discipline - i.e. Krugman.

\* Se dato un fatto si fa una ipotesi che usa questo stesso fatto come elemento questa <sup>(teoria)</sup> non è una teoria scientifica - Il modello deve spiegare o prevedere altri fatti diversi da quello da cui è stata ispirata - i.e. von Dammann -

Dato una qualunque ipotesi smentita (i.e. incertezza): può lei professo dimostrarmi con certezza che questa ipotesi è falsa?  
 L'ovvio della forma è a chi propone una ipotesi.

"Scienze esatte" non è un termine corretto  
 Le teorie fisiche hanno dei limiti e si evolvono, ma non vengono smentite nei limiti della loro applicabilità.

\* La Matematica invece non è una scienza naturale ma una costruzione logica autoconsistente - Ma è il linguaggio della scienza

\* La questione del perché la mat. sia il linguaggio con cui esprimiamo le leggi della natura può essere interrogata in cui si hanno diverse opinioni.

Definizione operativa delle grandezze fisiche [ Come si misurano le leggi della fisica un pesce? ]

Leggi fisiche o principi  $\leftrightarrow$  relazioni tra grandezze fisiche che si possono misurare - e per le quali si ha una definizione operativa

La misura associa un numero ad una grandezza, e si complementa

01/03 con l'assegnazione dell'errore - o del livello di precisione -

→ Ogni grandezza fisica ha una proprietà detta dimensionalità  
 Dimensionalità delle grandezze fondamentali e derivate (metria intrinseca)

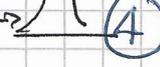
→ Per è necessario definire un sistema di misura (unità di misura)

Ei sono vari sistemi: SI, CGS, ...  
 Per la Meccanica: Tempo; Lunghezza e Massa  
 grandezze fondamentali la loro natura  $\leftrightarrow$  dimensionalità fisica

sono le unità grandezze fondamentali.

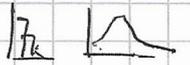
\* Spazio 3d spazio + tempo - euclideo  $\Delta \Sigma = \pi$



$\sum \Delta x_i \rightarrow$  Gauss  $f(x) = A e^{-\frac{(x-\bar{x})^2}{2\sigma^2}}$   $\rightarrow$  vari esperimenti  $H_1 H_2 \rightarrow$   (4)

Errori sistematici o casuali  $\rightarrow$  Ma conteggi di eventi  $\rightarrow$  Poisson

$P_m(n) = e^{-m} \frac{m^n}{n!}$



Sistematici in genere si possono eliminare o migliorare

Tempo mi 100m  $10'' \pm 10 \rightarrow 10'' \pm 10$

Casuali - magari piccoli ma ineliminabili - Comunque in genere seguono una distribuzione ben definita - Guassiana

Con il fatto che la somma di variabili casuali da luogo ad una precisa distribuzione è notevole - Teorema del Limite Centrale - Testa o Croce -

Gli errori si propagano sulle grandezze indotte che dipendono dalle misure -

La Fisica nasce dalla filosofia della Natura; poi evoluta in

Scienza con Galileo ed la scienza fondamentale ~~per~~ che si interessa dei principi più generali e meglio verificabili - Come abbiamo detto questo può dar limiti ben precisi -

F. opera su scale di tempo e lunghezza enormi.

Si assume che le leggi della F sono le stesse in ogni luogo (ovviamente spaziale) e in ogni tempo - Anche se in questo ci sono ipotesi alternative

Per mancanza altre discipline Biologia, Astronomia, Geologia etc. Esistono

NB: Oggi i confini tra queste discipline sono labili e molti dei problemi fondamentali della Natura e della Società sono transversali rispetto a varie discipline -

i.e. ovunque della vita dalla materia inanimata

ma anche Google - informatica - fisica - mat. - biologia etc

NB2: In ogni caso la F. fornisce una metodologia che è un'ottima base anche per porre questi problemi transversali Grandi spens i Fisici danno contributi consistenti in altre scienze e raramente accade il contrario -

Ingegneria: costruzione e controllo di macchine e sistemi è basata sulle leggi della F.

In genere la natura ci offre un quadro confuso

Galileo: domande semplici e mirate con risposte semplici e oggettive

v.e. caduta dei corpi - si potrebbe pensare che i corpi pesanti cadono più rapidamente di quelli leggeri... Ma se facciamo una pallottola di carta le cose cambiano - quindi la ~~coste~~ legge della caduta può sembrare dipendente dalla forma e qui immaginabile la confusione → Atto dell'aria

Realtà - modelli semplificati non sono troppo - esperimenti  
L'idea è che i modelli e le semplificazioni permettano di cogliere gli aspetti essenziali, che poi possono essere generalizzati verso il reale - (La terra è un punto? dipende dalla domanda)

Principi v.e. (irrinunciabile vere)

Leggi e teorie - campo di validità -

Modelli e schematizzazioni v.e. Terra e Sole puntiformi

Grandezze fisiche e loro unità di misura operative

v.e. lunghezza ↔ metro ma anche altro

←	Differenza Rapp. x	Differenza Obieca	Multiplo obieca	Rapporto	Multiplo obieca	etc. →
	$10^{-10} m$	$10^{-6} m$	$10^{-3} m$	1m	$10^9 m$	

Lunghezza [L]  
 massa [m]  
 tempo [t]

} dimensioni

Area  $[L^2]$  ; Velocità =  $\frac{s}{t} = \frac{[L]}{[t]} = [L][t^{-1}] \dots$

Equazioni dimensionali molto utili per un controllo

delle formule

$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = [L][t^{-2}]$

$x = [L] + [M] ! (NO)$   
 pere + mele = ?

(non algebriche)

NB: Argomento delle funzioni trascendenti deve essere un numero puro (senza dimensioni).

Funzioni trascendenti, exp, log, etc

$$e^{-x} \approx 1 - x + \frac{1}{2}x^2 + \dots \quad (\text{Taylor})$$

x deve essere adimensionale

$$\sin x \approx x - \frac{x^3}{3!} \quad (\text{angoli in radianti non gradi})$$

i.e.  $S = \sin t$  l'argomento del sin deve essere adimensionale e così pure il suo valore

$$\rightarrow S = A \sin(\omega t)$$

↑  
frequenza  $\omega [T^{-1}]$

Sistemi di misura

MKS metro (lunghezza); Kilogrammo (massa); secondo (tempo)

Sistema internazionale (SI)

CGS centimetro, grammo, secondo ---

USA e UK

piede e libbra -

→ [ Persone morte in pista ]  
 $N = 50000 \pm 12$

Errori

Incertezza nella conoscenza del valore - accuratezza della misura - Precisione dello strumento - (Allineamento di un rifletto nodoso)

i.e. regola  $l = (52.5 \pm 0.2) \text{ cm}$

↑  
errore quadratico medio di una distrib. Gaussiana (68%)

Errore relativo  $\epsilon = \frac{0.2}{52.5} = 3.8 \times 10^{-3} = 0.4\%$

Tempo  $\rightarrow$  Più facile misurare che definire  
Molti fenomeni evoluzione

quanto? È definito dalla dinamica i.e. orologio, astronomia

La periodicità di un fenomeno definisce una unità di tempo

Vibrazioni cristallo di quarzo - Periodo di una transizione atomica

livelli iperfini  $^{133}\text{Cs}$  1sec. = 9192 631 770 periodi della radiazione.

Strumenti comuni alla durata media del giorno solare

24 h, 60 min, 60 sec.

Età dell'universo  $\sim 4 \times 10^{17}$  sec.

Formazione della terra  $3.5 \times 10^9$  y

(Organismi unicellulari dopo  $0.8 \times 10^9$ )

(Organismi pluricellulari dopo  $\approx 2.5 \times 10^9$  y)

Uomo nella terra  $10^{14}$  sec

Vita umana  $3 \times 10^9$  sec

1 anno  $3.2 \times 10^7$

giorno  $8.6 \times 10^4$

[ uomo sopravvive 200.000 anni  
metodo scientifico 400 anni ]

Distinta luce Terra-Sole  $5 \times 10^2$  sec

Battito cardiaco  $8 \times 10^{-1}$

Onda sonora  $10^{-4} \div 10^{-2}$

Onda radio  $10^{-6}$

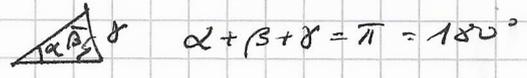
Vibrazioni atomiche  $10^{-15}$

Raggi X  $3 \times 10^{-19}$  sec.

Luce che percorre  
una lunghezza di  
un fotone  $10^{-23}$  sec.

lunghezza  $\rightarrow$  regola

Spazio 3d.  $\rightarrow$  Euclideo (postulati geometria euclidea)



omogeneo (spaziento)

isotropo (direzione)



1 m = 1650763,73 la lunghezza di una rivoluzione  
sempre da  $86 \text{ Kr}$

oppure distanza percorsa dalla luce in  $\frac{1}{299792458} \text{ sec.}$

Universo  $\sim 10^{26} \text{ m}$   $\rightarrow$  frequenze  $10^{-10}$

Distanza Andromeda  $2 \times 10^{22}$

Raggio galassia  $6 \times 10^{19}$

Stella più vicina  $4 \times 10^{16}$

Anno luce  $9.5 \times 10^{15}$

Terra-sole  $1.5 \times 10^{11}$

Terra-luna  $3.8 \times 10^8$

Orbita satellite  $\sim 10^6$

Time  $10^2$

Bambino 1

Virus  $10^{-7}$

Atomo  $5 \times 10^{-11}$

protoni  $2 \times 10^{-15}$

### Massa

Misurata con la bilancia - ma attenzione massa  $\neq$  peso

1 kg  $\approx$  1 dm<sup>3</sup> H<sub>2</sub>O (Dm  $\sim 10^{-8}$ )



Massa inerziale e massa gravitazionale

$\uparrow$   
II° principio  
della dinamica

$\uparrow$   
Legge di gravitazione

Galassia  $10^{41}$

Sole  $2 \times 10^{30}$

Terra  $6 \times 10^{24}$

Nave  $7 \times 10^7$

Auto  $1.5 \times 10^3$

Uomo  $7 \times 10$

Gocci  $2 \times 10^{-6}$

Virus  $10^{-14}$

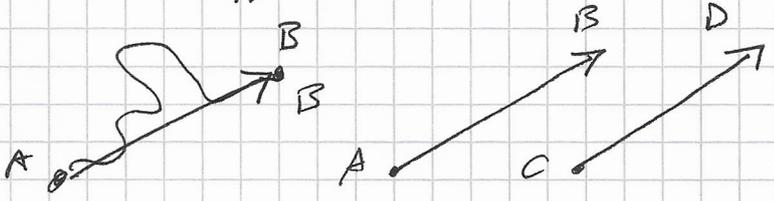
Atomo H  $1.7 \times 10^{-27}$

# CALCOLO VETORIALE - Algebra

Grandezze scalari → numero

Vettore (v.e spostamento) → entità - modulo - intanto + direzione + verso

Liberi o applicati



spostamenti e' indipendente dalla sua origine  
stessa numerazione di persistenze

Vettori applicati - se necessita la specificazione dell'origine

Notazioni  $\vec{v}$  ;  $\overrightarrow{AB}$

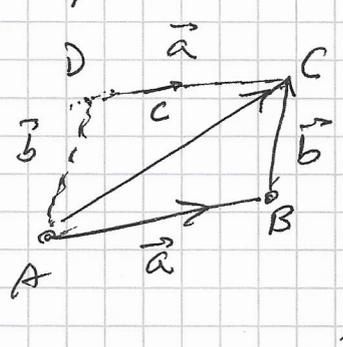
$\vec{a}$  e  $\vec{b}$  sono uguali se hanno lo stesso intanto, direzione e verso.

opposti  $\vec{b} = -\vec{a}$   $\vec{a} \rightarrow \overrightarrow{AB}$   $-\vec{a} \rightarrow \overrightarrow{BA}$

algebra dei vettori → grandezze fisicamente omogenee (dimensione)

Somma e differenza

spostamenti - parallelogramma (regola del parallelogramma)



$$\overrightarrow{AC} = \vec{c} \quad \overrightarrow{AB} = \vec{a} \quad \overrightarrow{BC} = \vec{b}$$

$$\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$$

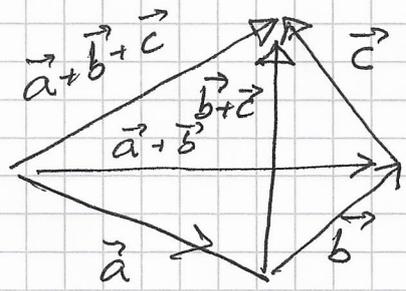


Proprietà commutativa

$$\vec{a} + \vec{b} = \vec{b} + \vec{a}$$

Proprietà associativa

$$\vec{a} + (\vec{b} + \vec{c}) = (\vec{a} + \vec{b}) + \vec{c}$$

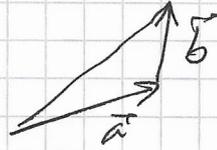


differento

$$\vec{a} - \vec{b} = \vec{a} + (-\vec{b})$$

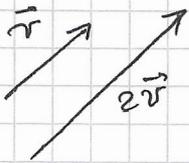
Vettore nullo  $\vec{a} - \vec{a} = 0$

Modulo  $|\vec{a} + \vec{b}| \leq a + b$



Prodotto di uno scalare per un vettore

$$\vec{a} = \lambda \vec{v} \quad \text{modulo } |\lambda|v \text{ e stessa direzione e verso}$$



Direzioni sono il prodotto delle direzioni

$$\lambda(\mu \vec{a}) = \mu(\lambda \vec{a}) = (\lambda\mu) \vec{a}$$

$$(\lambda + \mu) \vec{a} = \lambda \vec{a} + \mu \vec{a}$$

$$\lambda(\vec{a} + \vec{b}) = \lambda \vec{a} + \lambda \vec{b}$$

$$\lambda \vec{a} = 0 \Rightarrow \lambda = 0 \text{ oppure } \vec{a} = 0$$

Elemento tra vettore e scalare

$$\frac{\vec{a}}{\lambda} = \frac{1}{\lambda} \vec{a}$$

Regole usuali dell'algebra

i.e.  $\vec{a} + \lambda \vec{x} = \vec{c}$

$$\vec{a} + (-\vec{a}) + \lambda \vec{x} = \vec{c} + (-\vec{a}) \quad \lambda \vec{x} = \vec{c} - \vec{a}$$

$$\vec{x} = \frac{1}{\lambda} (\vec{c} - \vec{a})$$

Vettori = rapporti tra un vettore e il suo modulo

→ vettore adimensionali, di modulo unitario, con la stessa direzione e verso.

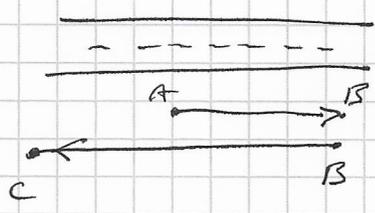
NB: uno spostamento unitario (1 metro) non necessariamente è un vettore

### Retta orientata

tutti i vettori di questa retta si possono esprimere come  $\vec{a} = \lambda \vec{u}$

$$\vec{a} = a_0 \vec{u}$$

↑  
fatto scalare  $a_0$



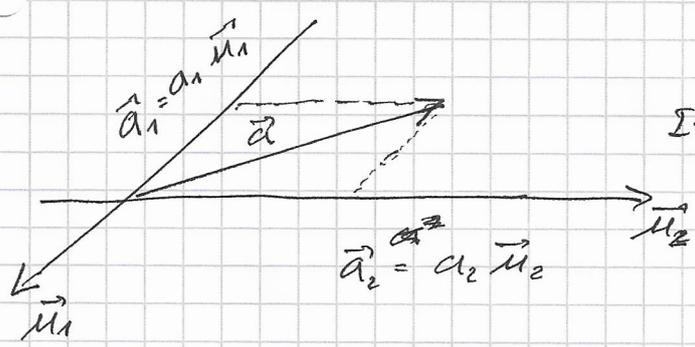
verso  
↓  
 $\vec{AB} = (+22 \vec{u}_r) m$

$$\vec{BC} = (-37 \vec{u}_r) m$$

moduli: 22 e 37

facti: scalari: 22 e -37

### Scomposizione di vettori



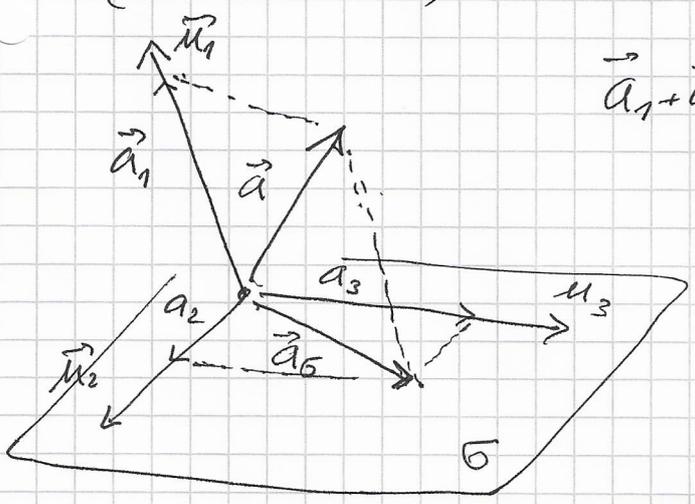
$$\vec{a} = \vec{a}_1 + \vec{a}_2 = a_1 \vec{u}_1 + a_2 \vec{u}_2$$

Il c.      ha componenti

Il componente è un vettore

la componente è uno scalare che moltiplica il verso

Qualsiasi vettore può essere scomposto lungo 3 direzioni (non complanari) a piacere -

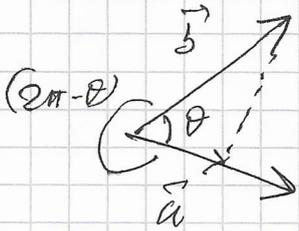


$$\vec{a}_1 + \vec{a}_2 + \vec{a}_3 = \vec{a}_1 + \vec{a}_b = \vec{a}$$

Prodotto tra vettori  $\begin{cases} \text{Scalare} \\ \text{Vettoriale} \end{cases}$

Prodotto Scalare

$\vec{a} \cdot \vec{b} = ab \cos \theta \rightarrow$  quantità scalare



di dimensioni pari a quelle del prodotto dei vettori

$-ab \leq \vec{a} \cdot \vec{b} \leq ab$

Spostamenti

$\vec{AB} = (+22 \text{ m})$  ;  $\vec{BC} = (-37 \text{ m})$

$\vec{AB} \cdot \vec{BC} = AB \cdot BC \cos \pi = 22 \cdot 37 (-1) \text{ m}^2 = -814 \text{ m}^2$

$\vec{a} \cdot \vec{a} = a^2 \geq 0$

$\vec{u} \cdot \vec{u} = 1$  (versore)

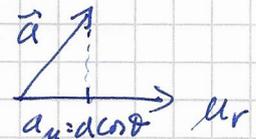
proprietà commutativa (simmetrica)  $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{b} \cdot \vec{a}$

distributiva  $\vec{a} \cdot (\vec{b} + \vec{c}) = \vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{a} \cdot \vec{c}$

$\vec{a} \cdot (\lambda \vec{b}) = \lambda \vec{a} \cdot \vec{b}$

Supplemento geometrico  $\rightarrow$  proiezioni ortogonale

$\vec{a}_{||} = a \cdot \vec{u}_r$   $a_{||} = \vec{a} \cdot \vec{u}_r = a \cos \theta$



Scampartimenti di un vettore  $\vec{a}$  otteniamo le proiezioni su  $\vec{u}_1$  e  $\vec{u}_2$  tra loro ortogonali

$\vec{a} = \vec{a}_1 + \vec{a}_2 = a_1 \vec{u}_1 + a_2 \vec{u}_2 = (\vec{a} \cdot \vec{u}_1) \vec{u}_1 + (\vec{a} \cdot \vec{u}_2) \vec{u}_2$

$a^2 = a_1^2 + a_2^2$

NB: operazione inversa non è univoca

dato  $\vec{a}$  e  $\lambda$  non è definito un unico  $\vec{x}$  tale

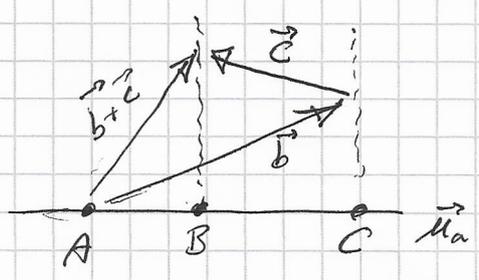
che  $\vec{a} \cdot \vec{x} = A$



NB: Rapporto tra vettori  $\frac{\vec{a}}{b}$  non ha significato ma solo tra i loro moduli.

Proprietà distributiva

$$\vec{a} \cdot (\vec{b} + \vec{c}) = \vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{a} \cdot \vec{c}$$



$$a[(\vec{b} + \vec{c}) \cdot \vec{u}_a] = ab_a + ac_a$$

$$(\vec{b} + \vec{c}) \cdot \vec{u}_a = b_a + c_a$$

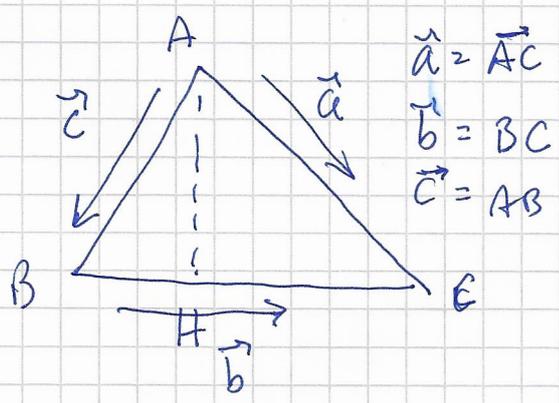
$$\overline{AB} = \overline{AC} - \overline{BC}$$

Legge del coseno (Carnot)

$$\vec{c} = \vec{a} - \vec{b} \quad c^2 = (\vec{a} - \vec{b}) \cdot (\vec{a} - \vec{b}) = a^2 + b^2 + (\vec{a} \cdot \vec{b}) - (\vec{b} \cdot \vec{a}) =$$

$$= a^2 + b^2 - 2(\vec{a} \cdot \vec{b}) = a^2 + b^2 - 2ab \cos \theta$$

Teorema di Pitagora

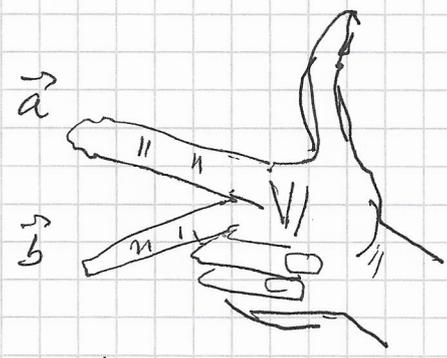


# PRODOTTO VETTORIALE

$\vec{a}; \vec{b}; \theta$  prodotto vettoriale (esterno)  $\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b}$

$$\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b}$$

- Modulo  $c = ab |\sin \theta|$
- Direzione  $\perp$  piano  $\vec{a}; \vec{b}$
- Verso quello rispetto al quale



$\vec{a}$  deve ruotare in senso antiorario di un angolo minore di  $\pi$  per sovrapporsi a  $\vec{b}$

\* Regola della mano destra

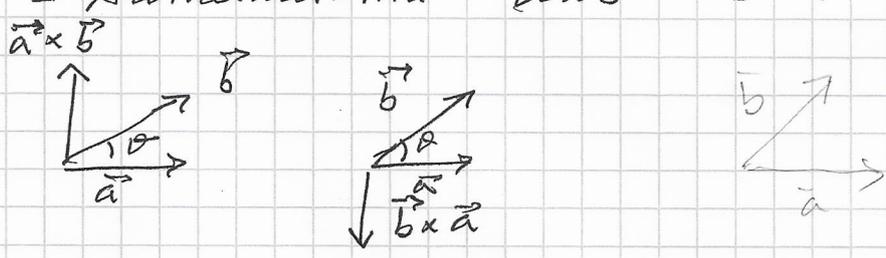
Verso convenzionale -

Il prodotto vettoriale è  $\perp$  al piano  $(\vec{a}, \vec{b})$ , perché  $(\sin \theta)$   $\perp$   $\text{cosec} \theta$  ?

per  $\theta = 0$  o  $\pi$  i due vettori non formano un piano  $\rightarrow \sin \theta$

$$\vec{a} \times \vec{a} = 0 \quad \vec{a} \times (\lambda \vec{a}) = 0$$

- Anticommutatività  $\vec{a} \times \vec{b} = -\vec{b} \times \vec{a}$



• Distributività  $\vec{a} \times (\vec{b} + \vec{c}) = \vec{a} \times \vec{b} + \vec{a} \times \vec{c}$

•  $\vec{a} \times (\lambda \vec{b}) = \lambda (\vec{a} \times \vec{b})$

Il modulo del prodotto vettoriale  $(\vec{a} \times \vec{b})$  è uguale all'area del parallelogramma individuato da  $\vec{a}$  e  $\vec{b}$

